Correction TD4

Exercice1

Cette fonction est bien positive. En effet $x \rightarrow -\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$ est décroissante et continue de -1 à 1 donc prend toutes les valeurs entre $\frac{1}{2}$ et 0

De même $x \rightarrow \frac{1}{4}x-\frac{1}{4}$ est croissante et continue de 1 à 3 donc prend toutes les valeurs entre 0 et $\frac{1}{2}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{3} f(x)dx + \int_{3}^{+\infty} f(x)dx$$

$$= \int_{-\infty}^{-1} 0dx + \frac{1}{4}\int_{-1}^{1}(-x+1)dx + \frac{1}{4}\int_{1}^{3}(x-1)dx + \int_{3}^{+\infty} 0\,dx$$

$$= \frac{1}{4}\left[-\frac{x^2}{2}+x\right]_{-1}^{1} + \frac{1}{4}\left[\frac{x^2}{2}-x\right]_{1}^{3} = \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2}+1\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{9}{2}-3-\frac{1}{2}+1\right) = 1$$

Exercice 3 :

X suit une loi Normale de moyenne 1 et d'écart type 2 alors $Y = \frac{X-1}{2} \sim N(0,1)$

$$P(|X| > 5) = P(-5 < X < 5) = P(X < 5) - P(X < -5)$$

$$= P\left(\frac{X-1}{2} < \frac{5-1}{2}\right) - P\left(\frac{X-1}{2} < \frac{-5-1}{2}\right) = P(Y < 2) - P(Y < -3)$$

$$= P(Y < 2) + P(Y < 3) - 1$$

Par lecture dans la table de la loi normale centrée réduite N(0,1), on obtient

$$P(|X| < 5) = 0{,}8772 + 0{,}99865 - 1 = 0{,}9759$$

Exercice 4 :

On a $$\alpha = P(X < 1{,}25) - P(X < -1{,}25)$$

$$\alpha = P\left(\frac{X-0{,}5}{1} < 0{,}75\right) - P\left(\frac{X-0{,}5}{1} < -1{,}75\right)$$

$$\alpha = P(Y < 0{,}75) - 1 + P(Y < 1{,}75) = 0{,}7734 - 1 + 0{,}9599 = 0{,}7333$$

Où Y est une variable aléatoire normale centrée réduite

Exercice 5 :

1) Pour $P(0 < X < a) = 0{,}95$ On lit directement dans la table statistique de la loi Khi-Deux et on trouve $a = 11{,}070$
2) Pour $P(|X| < a) = 0{,}95$, on a $P(-a < X < a) = 0{,}95$, même démarche que la question 1) d'où :
   $a = 11{,}070$

Exercice 6 :

1) Si X suit une loi de Student à 7 degrés de liberté, on lit directement pour $\alpha = 0{,}95$
Dans la table de la loi de student qui correspond à 7 d'où $\theta = 1{,}895$
2) Pour $P(X < \theta) = 0{,}05$ il s'agit de l'opposé du cas précédent et $\theta = -1{,}895$

Exercice 7 :

Sur la table statistique de la loi de Fisher, dans l'intersection ligne horizontale correspondant à 7 et colonne correspondant à 4, on lit a=6,09, et Pour 0,95 on lit b=14,98